

## REZONATORY DIELEKTRYCZNE

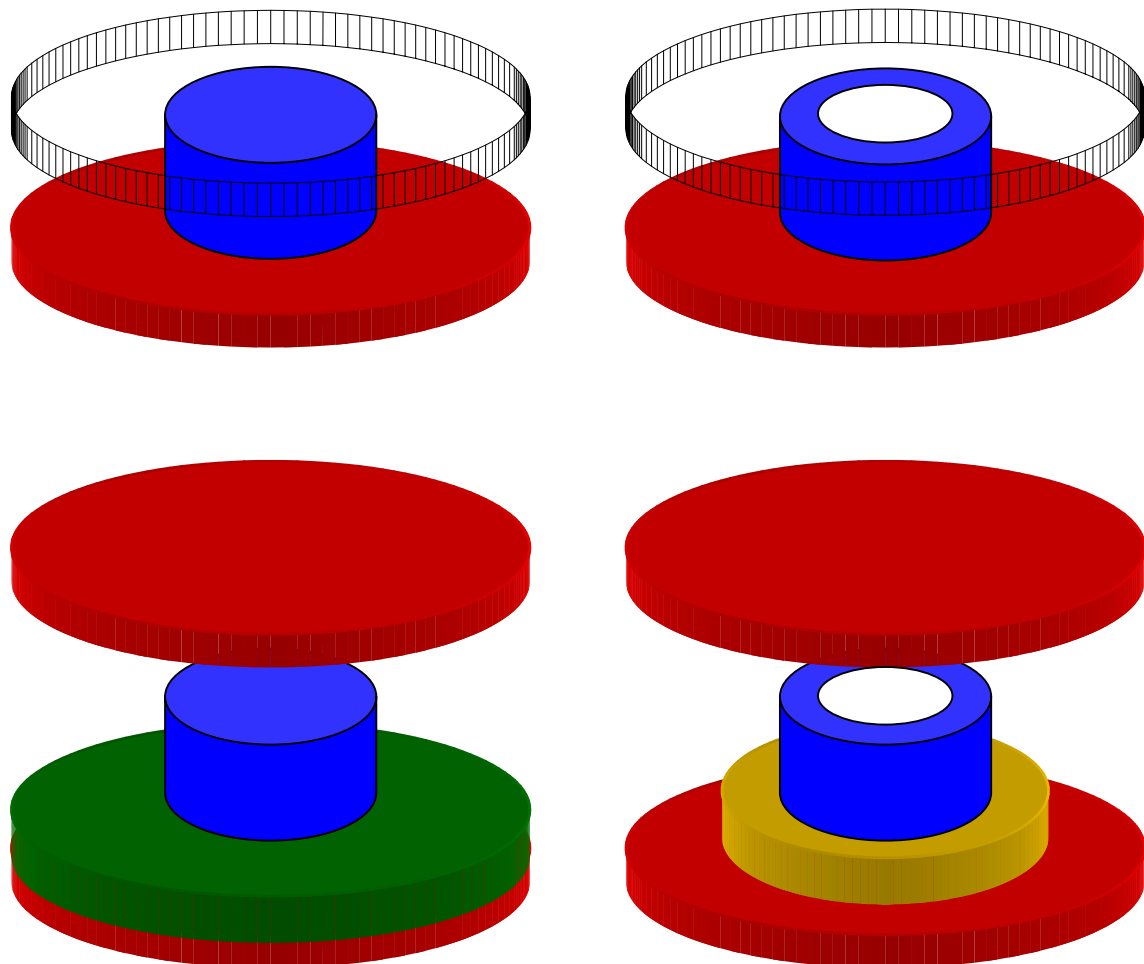
Rezonator dielektryczny tworzy małostratny, niemetalizowany dielektryk o dużej przenikalności elektrycznej ( $\epsilon_r > 10$ ) i dobrej stabilności temperaturowej, zwykle w kształcie cylindrycznych dysków lub pierścieni, a niekiedy w kształcie kulek, prostopadłościów lub toroidów. Element taki spełnia rolę rezonatora dzięki koncentracji energii pola elektromagnetycznego wewnątrz dielektryka (około 95%) i w bezpośrednim jego sąsiedztwie. Koncentracja energii pola elektromagnetycznego w dielektryku następuje dzięki dużej różnicy przenikalności elektrycznej dielektryka i otoczenia. Obecnie do produkcji rezonatorów dielektrycznych wykorzystuje się specjalne ceramiki o względnej przenikalności elektrycznej  $\epsilon_r$  zawierającej się w przedziale 20÷90 (najczęściej 30÷40), tangensie kąta stratności  $\text{tg}\delta$  mniejszym niż  $10^{-4}$  (dla częstotliwości 4GHz) i dobrej stabilności temperaturowej (współczynnik temperaturowy zawiera się najczęściej w przedziale od -5 do +10ppm/°C). Typowe parametry materiałów w rezonatorach dielektrycznych przedstawia tabela I.

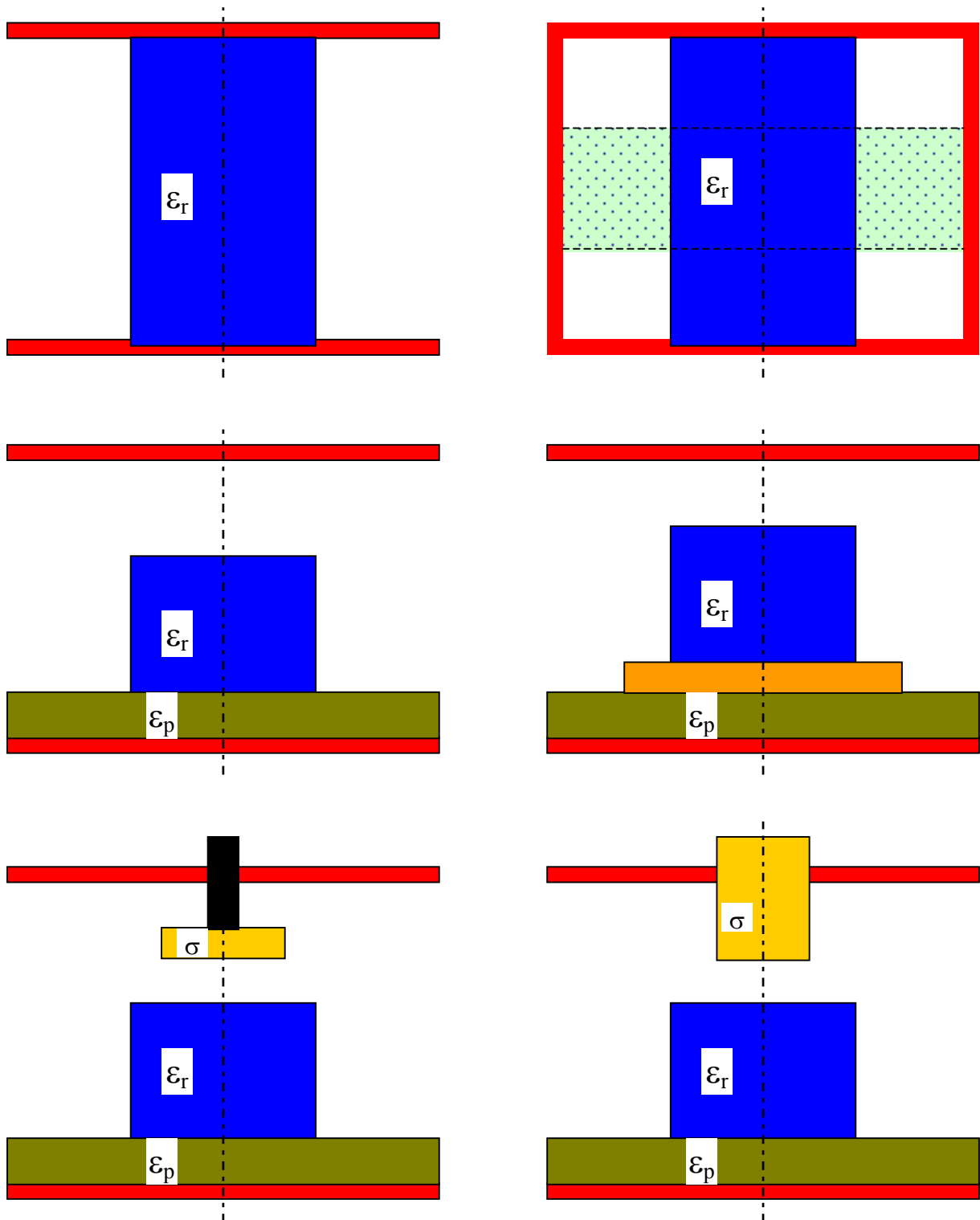
Tabela I. Typowe parametry materiałów w rezonatorach dielektr.

Rodzaj materiału	Producent	$\epsilon_r$	$\text{tg}\delta$ (4GHz)	$\tau_\epsilon$
Ba Ti <sub>4</sub> O <sub>9</sub>	Raytheon Trans-Tech	38	0.0001	+4
Ba <sub>2</sub> Ti <sub>9</sub> O <sub>20</sub>	Bell Labs	40	0.0001	+2
(Zr-Sn) TiO <sub>4</sub>	Murata Thomson-CSF Siemens Trans-Tech NTK	38	0.0001	-4 +10
BaO-Sn <sub>2</sub> O <sub>3</sub> -5TiO <sub>2</sub>	Murata	77	0.0001	15

gdzie:  $\tau_\epsilon = \frac{\Delta\epsilon_r}{\epsilon_r\Delta T}$  - współczynnik temperaturowy zmian przenikalności elektrycznej (ppm/°C)

Rezonatory dielektryczne znajdujące się w wolnej przestrzeni nazywane są rezonatorami "odizolowanymi". Natomiast w praktycznych zastosowaniach umieszczane są one w różnych strukturach, np. falowodach, na liniach mikropaskowych, we wnękach rezonansowych itd. Dlatego często rezonatorem dielektrycznym nazywany jest obszar przestrzeni zawierający jedną lub więcej próbek dielektrycznych (o dużej wartości  $\epsilon_r$ ), ograniczony powierzchniami, przez które nie przepływa energia pola elektromagnetycznego (są to z reguły ścianki elektryczne). Stosowane są wtedy różne nazwy, np. rezonator postumentowy, rezonator w strukturze NLP (MUS), rezonator podwójny.





Przykładowe konfiguracje rezonatorów dielektrycznych

- a) rezonator postumentowy, b) rezonator we wnęce rezonansowej,  
 c) rezonator w strukturze MUS (NLP), d) rezonator w strukturze MUS z postumentem, e) rezonator w strukturze MUS przestrajany walcem dielektrycznym, f) rezonator w strukturze MUS przestrajany walcem metalowym

## Parametry rezonatorów dielektrycznych

- ◆ częstotliwość rezonansowa  $f_0$  - definiowana identycznie jak w rezonatorach wnekowych

Rezonator dielektryczny ma nieskończenie wiele częstotliwości rezonansowych odpowiadających różnym rodzajom drgań, dlatego też mówiąc o częstotliwości rezonansowej należy dodawać dla jakiego rodzaju.

Dla rezonatora odizolowanego częstotliwość rezonansową można oszacować z następującej zależności:

$$f_0[\text{GHz}] \cong \frac{34}{D\sqrt{\epsilon_r}} \left( \frac{D}{L} + 6.9 \right)$$

gdzie: D - średnica rezonatora, L - wysokość rezonatora

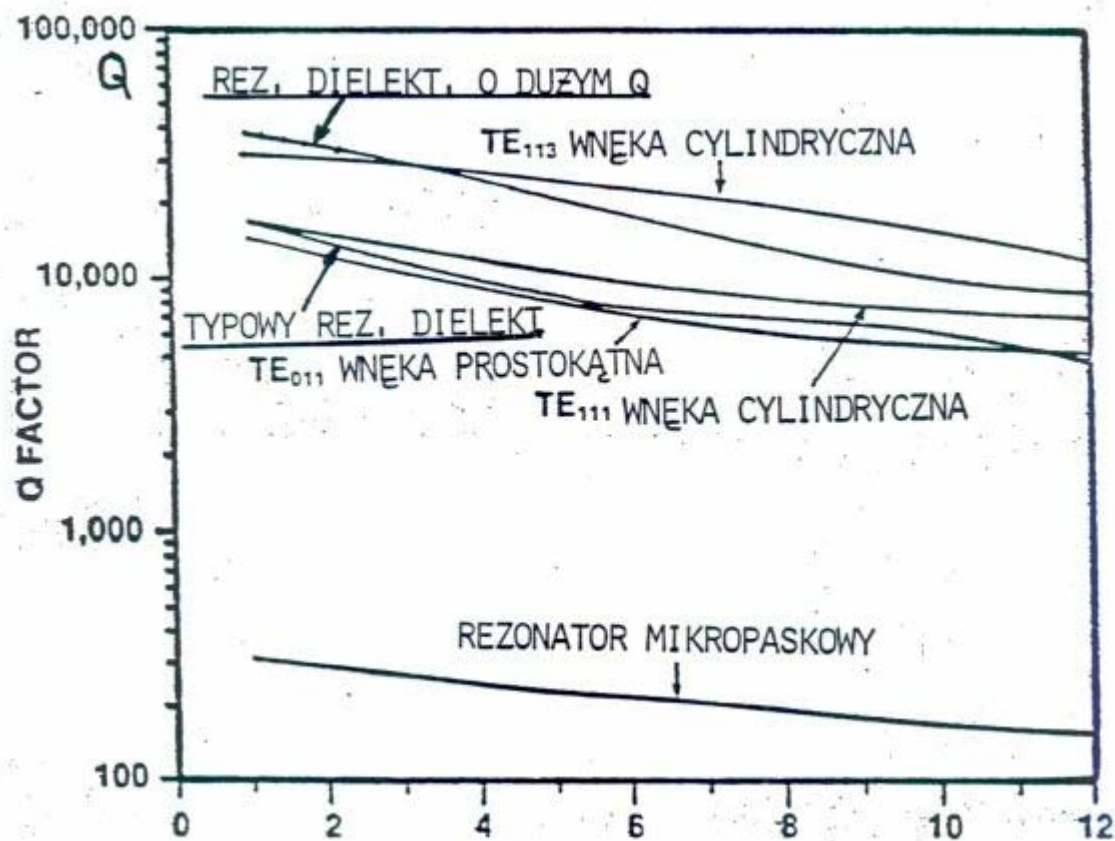
Dla  $1 < D/L < 4$  oraz  $30 < \epsilon_r < 50$  można oszacować  $f_0$  z dokładnością rzędu 2%.

Metody obliczania częstotliwości rezonansowych rezonatorów w różnych konfiguracji będą przedstawione w dalszej części wykładu.

- ◆ dobroć własna  $Q_0$  - definiowana identycznie jak w rezonatorach wnekowych

Ze względu na zależność strat w rezonatorze dielektrycznym od częstotliwości również dobroć własna jest funkcją częstotliwości. Typowe wartości dobroci  $Q_0$  w porównaniu z innymi rezonatorami przedstawia rysunek.

## Dobroci różnych rezonatorów mikrofalowych



- ◆ współczynnik temperaturowy częstotliwości rezonansowej  $\tau_f$   
- określony jako względna zmiana częstotliwości rezonansowej w funkcji zmian temperatury

$$\tau_f = \frac{\Delta f_o}{f_o \Delta T}$$

Zmiany częstotliwości rezonansowej związane są z rozszerzalnością liniową materiału  $\alpha$  oraz zmianami względnej przenikalności elektrycznej dielektryka  $\tau_\epsilon$ . Dla rezonatora odizolowanego współczynniki te wiążą poniższa zależność:

$$\tau_f = -\alpha - \frac{1}{2} \tau_\epsilon$$

Z powyższej zależności wynika, że poprzez odpowiedni dobór  $\tau_\epsilon$ , czyli składu chemicznego materiału można wpływać na stabilność częstotliwości rezonansowej rezonatora w funkcji temperatury.

## **Zalety rezonatorów dielektrycznych**

- porównywalna z wnękami falowodowymi dobroć własna
- bardzo dobra stabilność temperaturowa (struktury), porównywalna z wnękami inwarowymi:  $\pm 5$  ppm/°C
- małe rozmiary i ciężar - kilkukrotna redukcja wagi i kilkunastokrotne zmniejszenie rozmiarów w stosunku do wnęk falowodowych
- możliwość stosowania w różnych strukturach mikrofalowych (falowody, linie TEM, różne rodzaje linii mikropaskowych) i bardzo łatwy sposób sprzęgania z przewodnicami falowymi (z reguły poprzez pole magnetyczne)
- niski koszt produkcji
- proste sposoby przestrajanania

## **Zastosowania rezonatorów dielektrycznych**

- filtry mikrofalowe
- generatory mikrofalowe - do stabilizacji częstotliwości
- pomiary parametrów materiałowych w paśmie mikrofalowym

## Metody analizy rezonatorów dielektrycznych

Mimo, że kształt geometryczny powszechnie wykorzystywanych rezonatorów dielektrycznych jest bardzo prosty (zwykle walec), to jednak dokładne wyznaczenie częstotliwości rezonansowej, poprzez rozwiązanie równań Maxwella, jest znacznie trudniejsze niż w klasycznych rezonatorach wnekowych o ściankach metalowych. W metalowych wnękach rezonansowych energia pola elektromagnetycznego zamknięta jest w całości wewnątrz wnęki poprzez ścianki elektryczne, natomiast w przypadku rezonatorów dielektrycznych część energii pola skoncentrowana jest również w bezpośrednim sąsiedztwie próbki dielektrycznej. Przyjęcie, że rezonator dielektryczny otoczony jest idealnymi ściankami magnetycznymi jest dużym uproszczeniem i prowadzi do błędów określenia częstotliwości rezonansowej rzędu kilkudziesięciu procent. Z tego też względu konieczne było opracowanie innych metod obliczania częstotliwości rezonansowych rezonatorów dielektrycznych.

Ogólnie metody analizy rezonatorów dielektrycznych można podzielić na dwie grupy:

- metody przybliżone,
- metody dokładne.

Jako kryterium tego podziału przyjęto dokładność spełnienia warunków ciągłości wszystkich składowych pól elektromagnetycznych w całym obszarze rezonatora, a nie stopień zgodności obliczonej częstotliwości z eksperymentem.

Do metod przybliżonych zalicza się:

- metody oparte na modelu falowodu magnetycznego,
- metody oparte na modelu falowodu dielektrycznego,
- metody oparte na modelu mieszanym.

Obliczenie częstotliwości rezonansowej w tych metodach sprowadza się z reguły do wyznaczenia pierwiastka złożonego równania przestępnego. Dokładność wyznaczenia  $f_0$  waha się od 1 do kilkunastu procent.

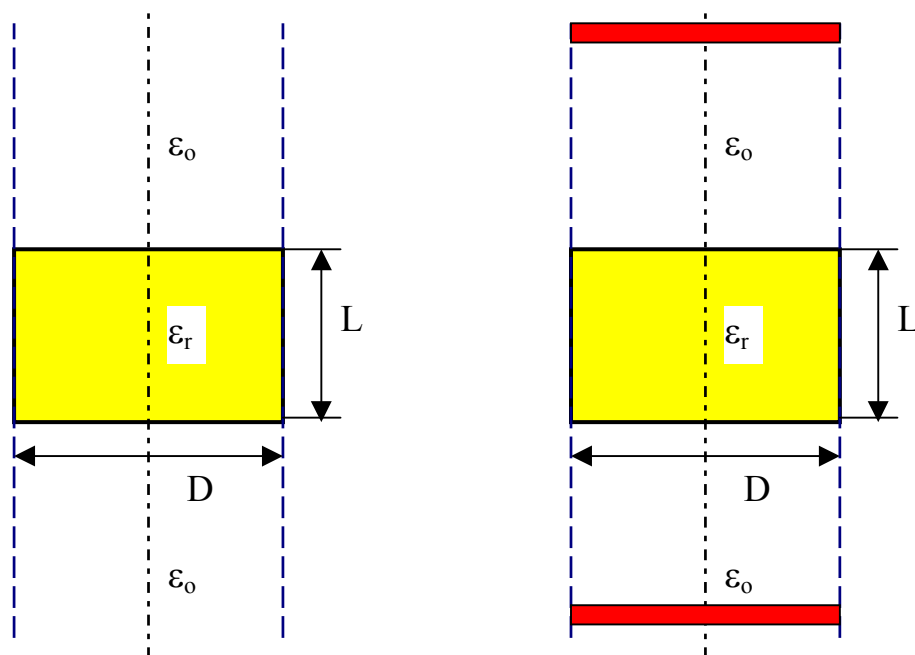
Do metod dokładnych należą:

- metoda dopasowania rodzajów radialnych,
- metoda dopasowania rodzajów osiowych,
- metoda elementów skończonych,
- metoda różnic skończonych,
- metoda perturbacyjna,
- metoda równań całkowych.

Ogólnie metody te polegają na przedstawieniu rozkładu pola elektromagnetycznego danego rodzaju rezonansowego w postaci liniowej kombinacji funkcji bazowych, a następnie obliczenie pierwiastka wyznacznika macierzy o wymiarach  $N \times N$  (gdzie  $N$  jest związane z liczbą uwzględnianych funkcji bazowych). Zwiększanie  $N$  powoduje wzrost dokładności obliczeń i w granicy prowadzi to do wartości dokładnych. Z tego względu metody te, choć w rzeczywistości przybliżone, nazywa się dokładnymi.

### Model falowodu magnetycznego

Model ten składa się z trzech (lub więcej) odcinków falowodu o ściankach magnetycznych.



----- - ścianki magnetyczne

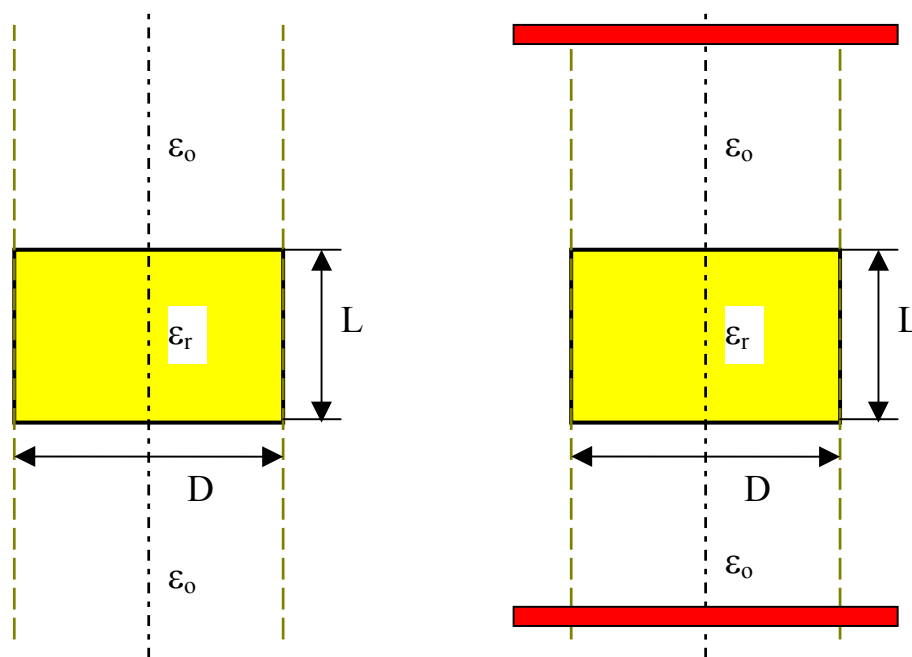
■ - płyty metalowe



Próbka dielektryczna o dużej przenikalności elektrycznej tworzy odcinek falowodu pracujący powyżej częstotliwości odcięcia, do którego z obu końców dołączono falowody wypełnione powietrzem pracujące poniżej częstotliwości odcięcia. Rozwiązując równania Maxwella, w każdym odcinku falowodu i "zszywając" składowe pola na ich granicach otrzymuje się równanie przestępne, z którego można wyznaczyć poszukiwaną częstotliwość rezonansową. Obliczona częstotliwość dla rodzaju  $H_{01\delta}$  jest około 6 do 10 procent mniejsza od częstotliwości zmierzonej.

### Model falowodu dielektrycznego

Model ten składa się z kilku połączonych kaskadowo odcinków cylindrycznego falowodu dielektrycznego o średnicy  $D$ .



----- - ścianki falowodu dielektrycznego

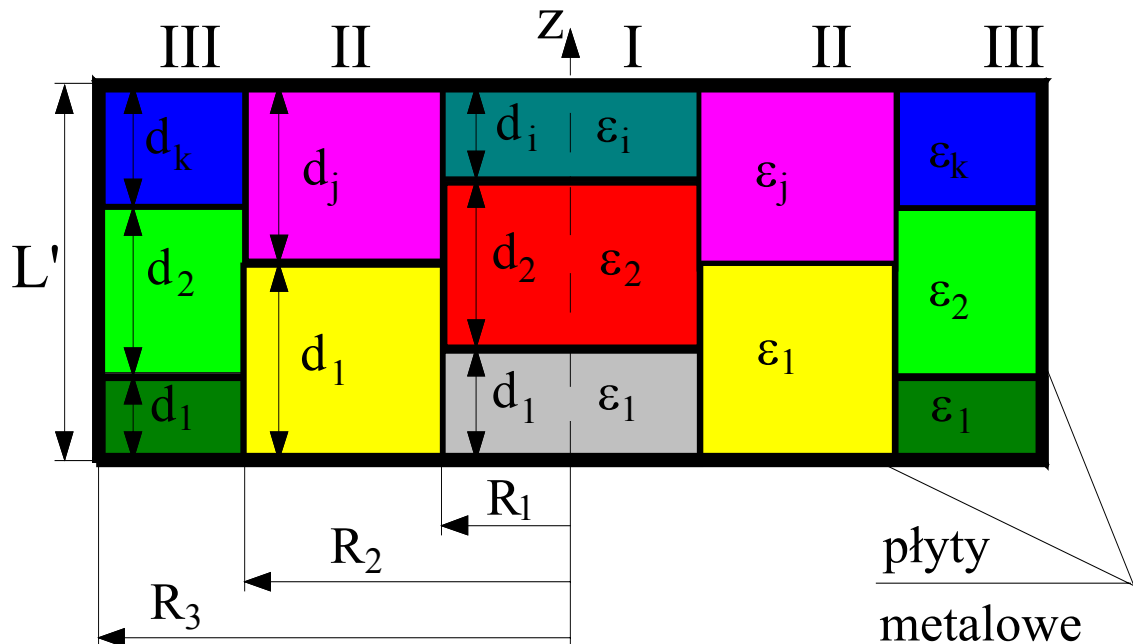
Falowód utworzony przez próbkę dielektryka o dużej przenikalności elektrycznej jest falowodem o rzeczywistej stałej propagacji, natomiast pozostałe falowody mają urojoną stałą propagacji. Postępując identycznie jak poprzednio otrzymujemy równanie, z którego można wyznaczyć częstotliwość rezonansową. Obliczone częstotliwości rezonansowe są większe o około 4%÷7% od wartości zmierzonych.

## Model mieszany

W modelu tym wykorzystuje się zarówno model falowodu magnetycznego jak i model falowodu dielektrycznego. Najczęściej próbkę modeluje się falowodem dielektrycznym, a pozostałe elementy struktury falowodem magnetycznym. Częstotliwość rezonansową można wyznaczyć z dokładnością lepszą niż 4%.

## Metoda dopasowania rodzajów radialnych

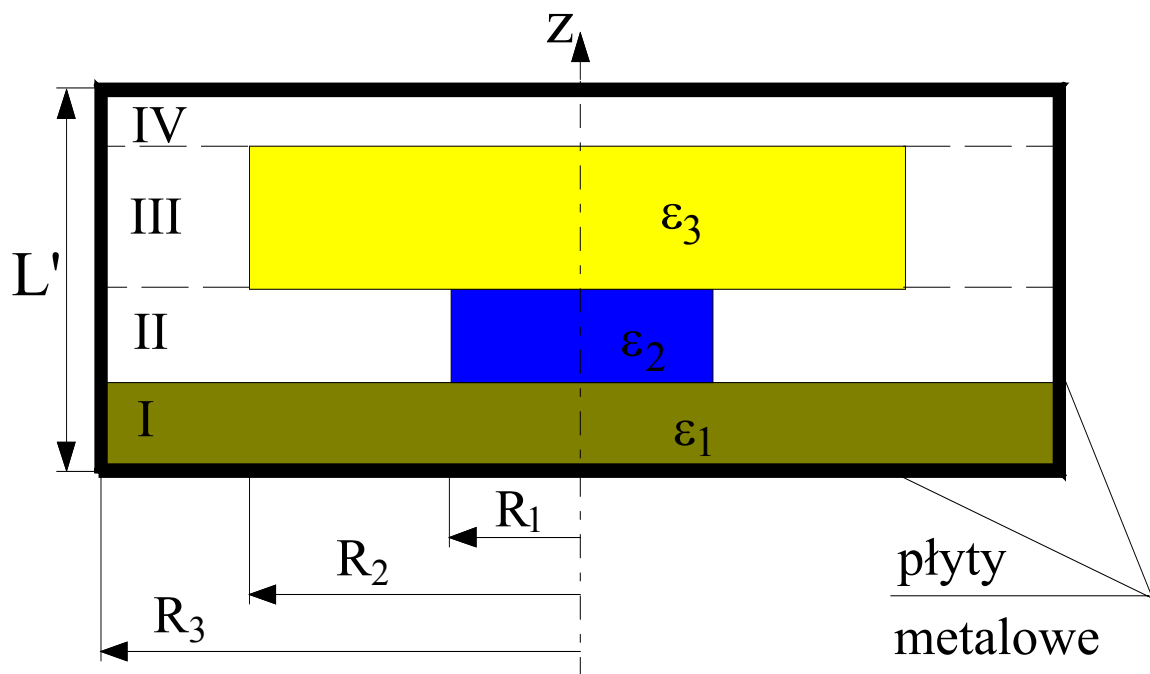
Metoda ta bazuje na podziale struktury rezonatora cylindrycznego na kilka obszarów (cylindry i pierścienie) w taki sposób, aby przenikalność elektryczna w danym obszarze była niezależna od współrzędnej  $r$  (może być zależna od współrzędnej  $z$ ). W każdym obszarze może znajdować się szereg warstw dielektrycznych, których przenikalność elektryczna nie zależy od  $z$ . Tak skonstruowany model nazywany jest wielowarstwowym rezonatorem dielektrycznym i przedstawiono go na poniższym rysunku.



Rezonator przedstawiony na tym rysunku składa się z trzech obszarów, które mogą być traktowane jako wielowarstwowe falowody radialne. Rozwiązanie tego rezonatora polega na rozwiązaniu równań Maxwella w każdym obszarze, a następnie "zszyciu" składowych pola elektromagnetycznego na granicach obszarów zapewniając ciągłość składowych stycznych. W rezultacie otrzymuje się układ  $N$  równań liniowych zależnych od częstotliwości rezonansowej, który ma niezerowe rozwiązanie wtedy i tylko wtedy, gdy jego wyznacznik jest równy zero. Tak więc znalezienie pierwiastka tego wyznacznika umożliwi wyznaczenie poszukiwanej częstotliwości rezonansowej. Dokładność obliczenia  $f_0$  zależy od wartości  $N$  i może osiągnąć 0.0001%.

### Metoda dopasowania rodzajów osiowych

Metoda ta bazuje na podziale struktury rezonatora na kilka obszarów (warstw cylindrycznych) w taki sposób, aby przenikalność elektryczna w danym obszarze była niezależna od współrzędnej osiowej  $z$ , może być natomiast funkcją współrzędnej  $r$ . Przyjęty podział przedstawia poniższy rysunek.



W tym przypadku każdy obszar może być traktowany jako odcinek cylindrycznego falowodu dielektrycznego, dlatego też składowe poprzeczne pola w każdym obszarze można przedstawić jako superpozycję rodzajów w falowodzie cylindrycznym:

$$E_t^\alpha = \sum_{n=1}^N [A_n^\alpha \cos \beta_n^\alpha z + B_n^\alpha \sin \beta_n^\alpha z] E_{tn}^\alpha$$

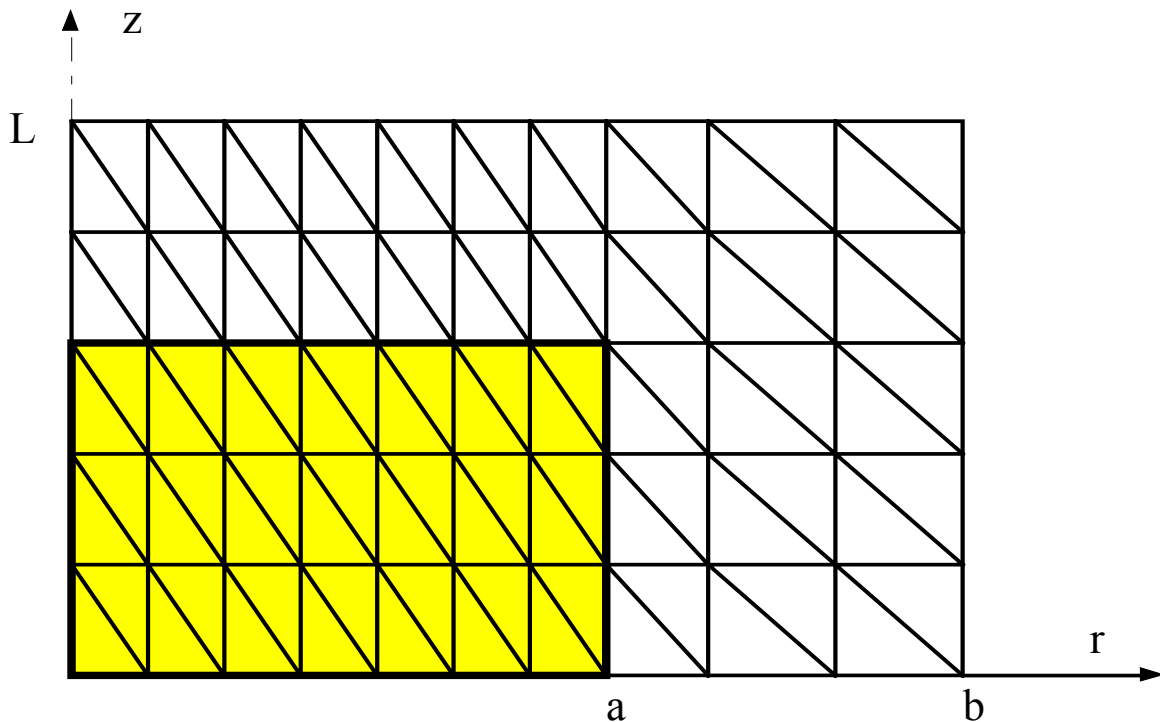
$$H_t^\alpha = -j \sum_{n=1}^N [A_n^\alpha \cos \beta_n^\alpha z - B_n^\alpha \sin \beta_n^\alpha z] H_{tn}^\alpha$$

gdzie:  $\beta_n^\alpha$  - stałe propagacji,  $A_n^\alpha$ ,  $B_n^\alpha$  - stałe,  $E_{tn}^\alpha$ ,  $H_{tn}^\alpha$  - amplitudy pola poprzecznego,  $\alpha$  - numer obszaru

W każdym obszarze zapewnia się ciągłość składowych stycznych pól i zerowanie się składowych stycznych pola elektrycznego na ściankach metalowych. W rezultacie otrzymuje się równanie przestępne z funkcjami Bessela. Z równania tego można wyznaczyć stałe propagacji  $\beta_n^\alpha$ . Po dopasowaniu pól na granicach obszarów (ciągłość składowych stycznych) otrzymuje się układ równań algebraicznych względem nieznanych współczynników  $A_n^\alpha$  i  $B_n^\alpha$ . Częstotliwość rezonansową znajduje się jako pierwiastek wyznacznika tego układu równań. Dokładność, przy uwzględnieniu kilkunastu funkcji bazowych, wynosi 0.0001%.

### **Metoda elementów skończonych**

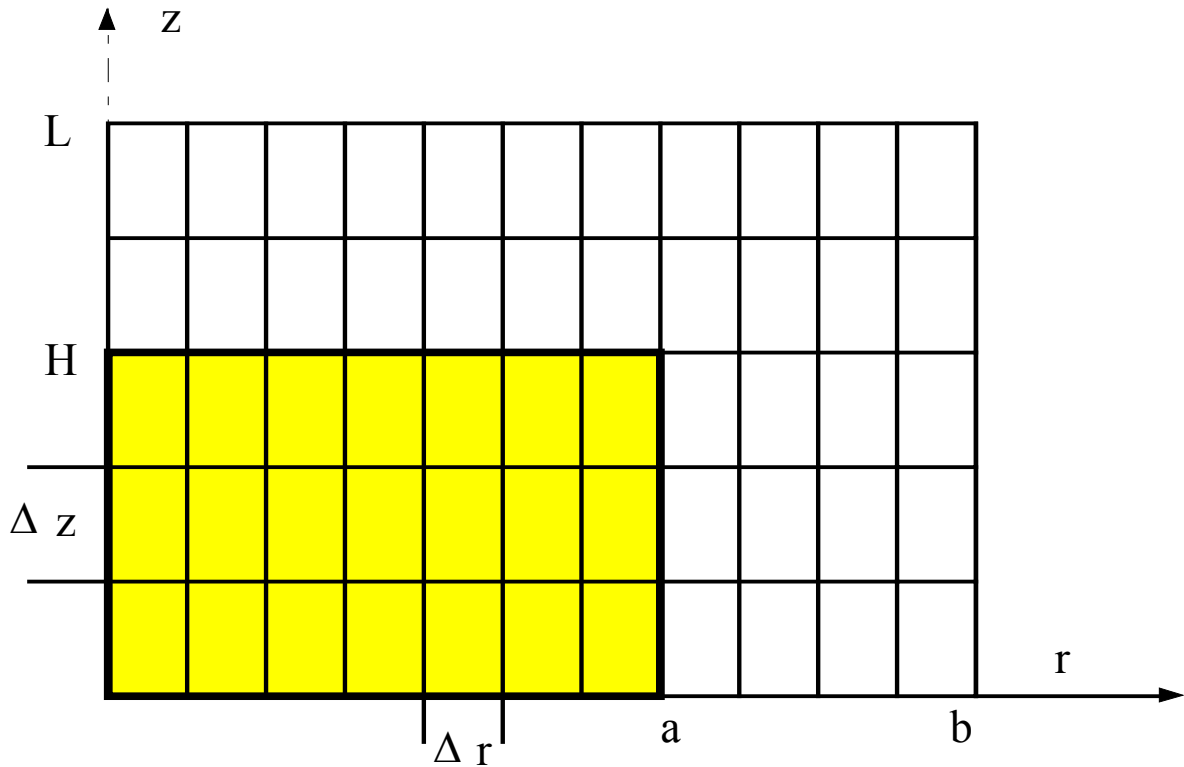
Metoda ta jest odmianą metody Galerkin-Rayleigha-Ritza, gdzie funkcje bazowe są wielomianami określonymi lokalnie. W metodzie tej strukturę dzieli się na szereg podobszarów (elementów). Najczęściej są to trójkąty. Przykładowy podział przedstawia poniższy rysunek.



W każdym węzle określa się funkcję bazową jako wielomian i spełniającą odpowiednie warunki brzegowe. Po podstawieniu tych funkcji do skalarnego równania Helmholtza i odpowiednim przekształceniu otrzymuje się macierzowe zagadnienie własne, które rozwiązanie prowadzi do wyznaczenia poszukiwanej częstotliwości rezonansowej. Dokładność rzędu 0.5% przy kilkuset funkcjach bazowych.

### **Metoda różnic skończonych**

Jest to jedna z najstarszych metod rozwiązywania równań różniczkowych cząstkowych. W metodzie tej operatory różniczkowe zastępuje się operatorami różnicowymi. Obszar struktury dzieli się siatką prostokątną o bokach  $\Delta r$ ,  $\Delta z$ . Przykładowy podział struktury przedstawia poniższy rysunek.



Dla powyższej struktury składowe azymutalne pola elektrycznego i magnetycznego spełniają następujące równanie:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial \psi}{r \partial r} + \left( \omega^2 \varepsilon \mu - \frac{1}{r^2} \right) \psi + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0$$

gdzie  $\psi = E_\phi$  dla rodzajów H lub  $\psi = H_\phi$  dla rodzajów E

Operatory różniczkowe zastępuje się operatorami różnicowymi. W punkcie  $i,j$  wartość funkcji wynosi  $\Psi_{i,j}$ , a pochodna względem  $r$ :

$$\frac{\Psi_{i+1,j} - \Psi_{i-1,j}}{2\Delta r}$$

Po podstawieniu do równania różniczkowego i przekształceniach otrzymuje się:

$$[CC][\psi] = \omega^2 \varepsilon_o \mu_o \left( \frac{\Delta r}{\Delta z} \right)^2 [\psi]$$

gdzie: [CC] - niesymetryczna macierz pasmowa

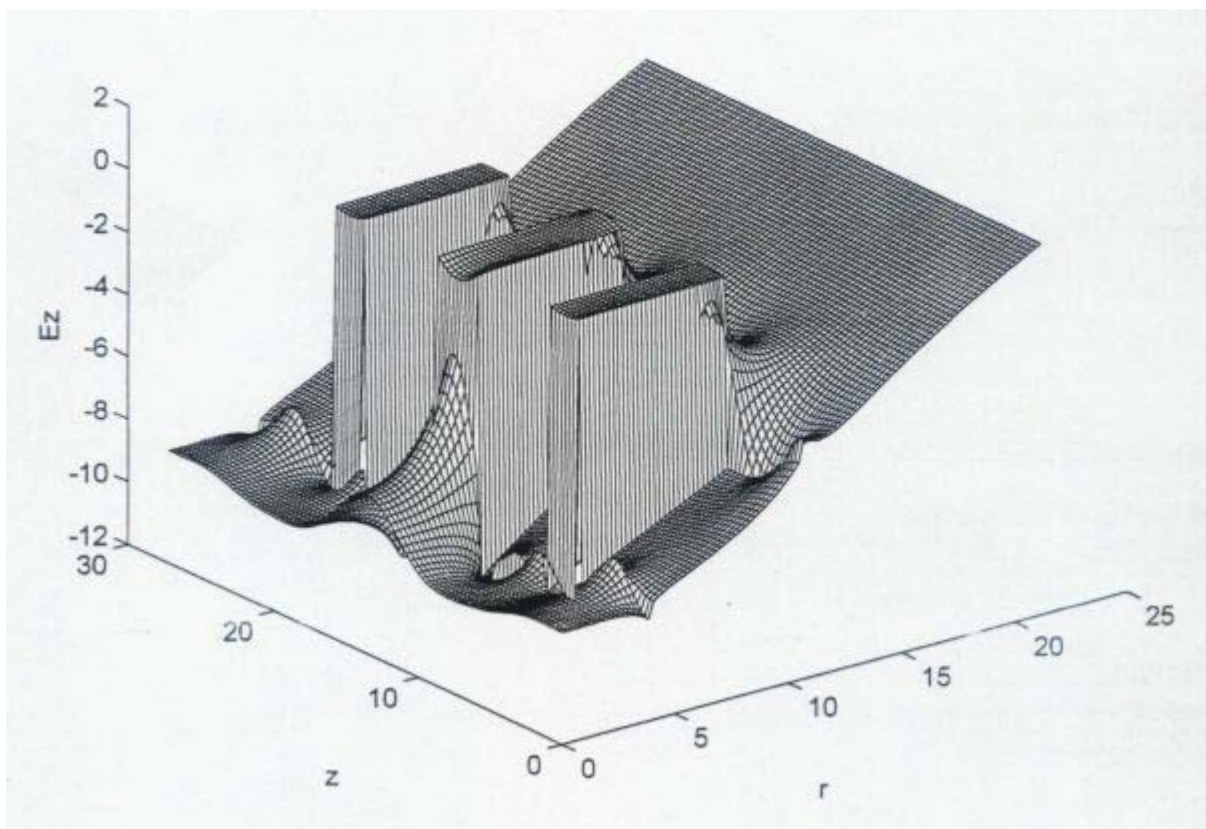
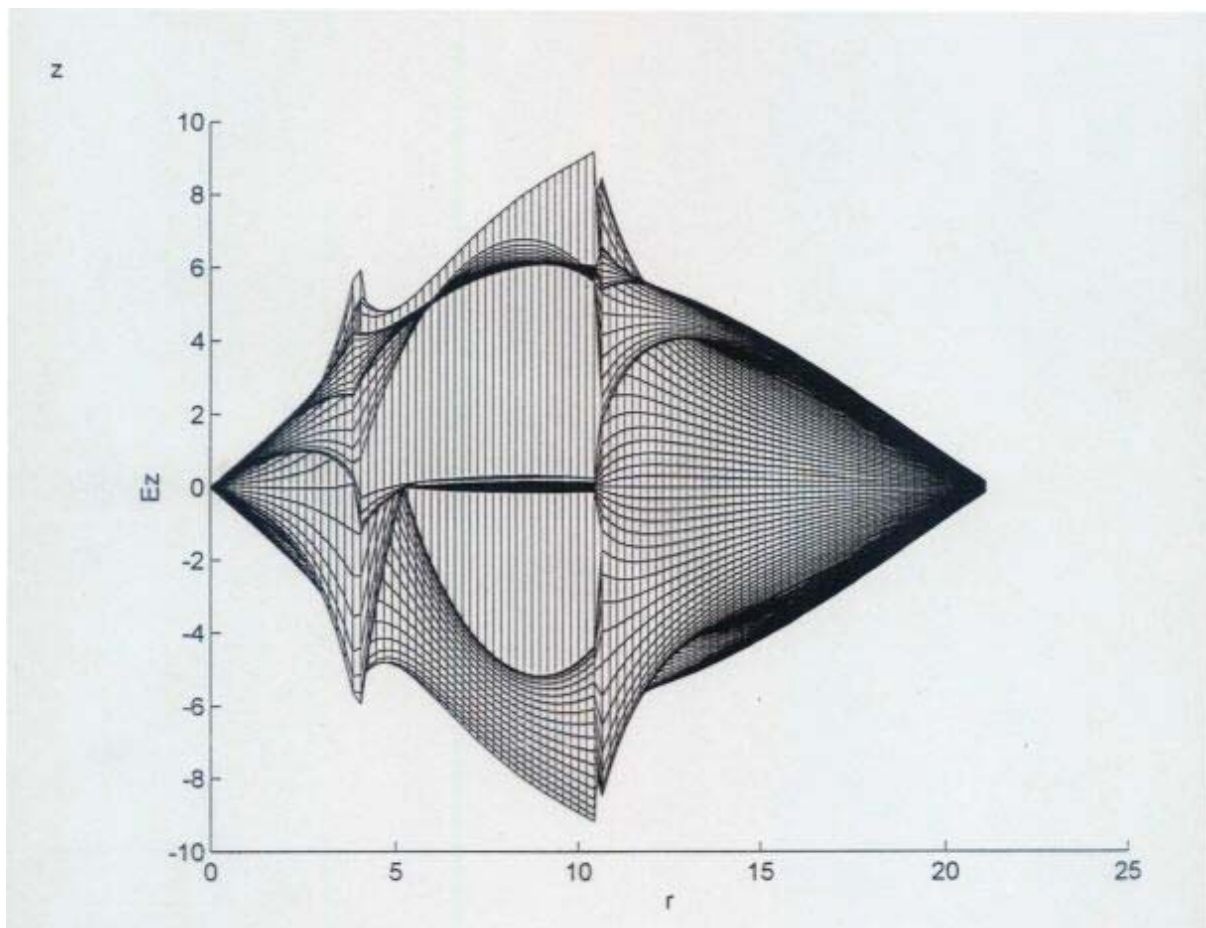
Wyznaczając wartości własne i wektory własne można obliczyć częstotliwość rezonansową i rozkład składowych azymutalnych. Dokładność około 0.5% przy kilkuset funkcjach bazowych.

### **Metoda równań całkowych**

W metodzie tej, w przypadku rezonatorów dielektrycznych, wykorzystuje się metodę równoważności prądów powierzchniowych na granicy dielektryk powietrze. Dokładność rzędu 0.05% przy kilkudziesięciu funkcjach bazowych.

### **Metoda perturbacyjna**

Służy do przybliżonego wyznaczenia dobroci własnej struktury. Zakłada się, że straty całej struktury są sumą strat we wszystkich dielektrykach oraz w płaszczyznach metalowych.





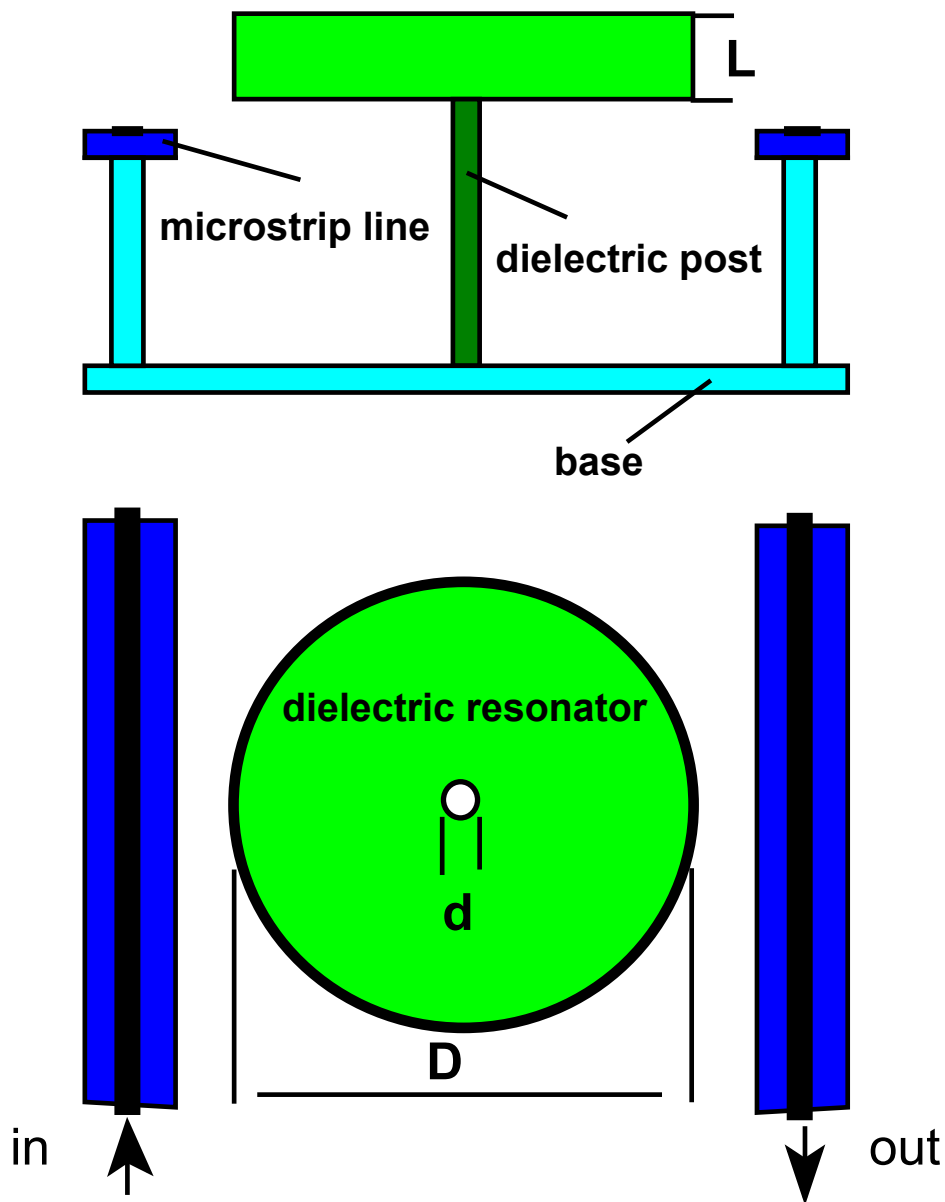


Fig.2. Measured structure ( $D = 63.43$  mm,  $d = 6.15$  mm,  $L = 6.36$  mm,  $\epsilon_r = 45$ ).

